

B. $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

D. $\{1, 2\}$

- 爱智康1.

B. 6

C. 5

D. 4

B. -1

C. 0

D. -2

B. 1

C. $\sqrt{3}$

D. 2

B. $x > -1$

D. $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$

- 爱智康 6.

B. $\log_2(a - b) > 0$

C. $2^{a-b} < 1$

D. $\left(\frac{1}{3}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$

7. 设双曲线 $mx^2 + ny^2 = 1$ 的一个焦点与抛物线 $y = \frac{1}{8}x^2$ 的焦点相同，离心率为2，则抛物线的焦点到双曲线的一条渐近线的距离为 () .
- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

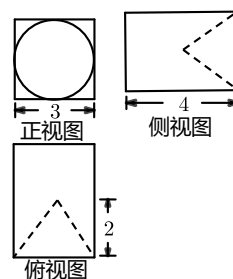
8. 已知函数 $f(x) = |\ln x|$, $g(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 1 \\ |x^2 - 4| - 2, & x > 1 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f(x) + m = g(x)$ 恰有三个不相等的实数解, 则 m 的取值范围是 () .
- A. $[0, \ln 2]$ B. $(-2 - \ln 2, 0)$ C. $(-2 - \ln 2, 0]$ D. $[0, 2 + \ln 2)$

二、填空题 (本大题共6题, 每小题5分, 共计30分)

9. 已知 $a \in \mathbb{R}$, 且复数 $\frac{a+2i}{1+i}$ 是纯虚数, 则 $a =$ _____ .

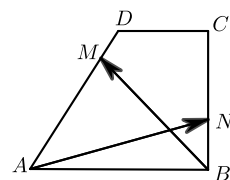
10. 直线 $l: x + y + m = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ 相交于 A, B 两点, 若 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 则 $m =$ _____ .

11. 已知一个几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积为 _____ cm^3 .



12. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, 若 $f(1) = 0$, $f'(1) = 0$, 但 $x = 1$ 不是函数 $f(x)$ 的极值点, 则 $abc =$ _____ .

13. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, $AB = AD = 2$, 若 M, N 分别是边 AD, BC 上的动点, 满足 $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BN} = (1 - \lambda) \overrightarrow{BC}$, 其中 $\lambda \in (0, 1)$, 若 $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BM} = -2$, 则 λ 的值为 _____ .



14. 已知正数 x, y 满足 $x^2 + 2xy - 3 = 0$, 则 $2x + y$ 的最小值是 _____ .

三、解答题（本大题共6题，共计80分）

15. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边的长分别是 a, b, c , 且 $b = 3, c = 1, A = 2B$.

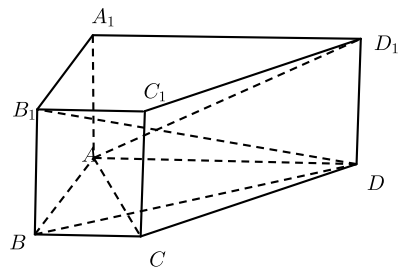
- (1) 求 a 的值.
- (2) 求 $\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right)$ 的值.

16. 为预防H₁N₁病毒爆发, 某生物技术公司研制出一种新流感疫苗, 为测试该疫苗的有效性 (若疫苗有效的概率小于90%, 则认为测试没有通过), 公司选定2000个流感样本分成三组, 测试结果如下表:

	<i>A</i> 组	<i>B</i> 组	<i>C</i> 组
疫苗有效	673	x	y
疫苗无效	77	90	z

- 已知在全体样本中随机抽取1个, 抽到*B*组疫苗有效的概率是0.33.
- (1) 求 x 的值;
- (2) 现用分层抽样的方法在全体样本中抽取360个测试结果, 问应在*C*组抽取多少个?
- (3) 已知 $y \geq 465, z \geq 30$, 求不能通过测试的概率.

17. 如图, 在四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $BB_1 \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 90^\circ$, $AC \perp BD$.



(1) 求证: $B_1C \parallel$ 平面 ADD_1A_1 .

(2) 求证: $AC \perp B_1D$.

(3) 若 $AD = 2AA_1$, 判断直线 B_1D 与平面 ACD_1 是否垂直? 并说明理由.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 3n^2 + 8n$, $\{b_n\}$ 是等差数列, 且 $a_n = b_n + b_{n+1}$.

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

(2) 令 $c_n = \frac{(a_n + 1)^{n+1}}{(b_n + 2)^n}$. 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $\left(1, \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$, 左、右焦点分别 F_1 、 F_2 , 椭圆的四个顶点围成的菱形面积为 $4\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 设 Q 是椭圆 C 上不在 x 轴上的一个动点, O 为坐标原点, 过点 F_2 作 OQ 的平行线交椭圆于 M 、 N 两个不同的点, 求 $\frac{|MN|}{|OQ|^2}$ 的值.

20. 已知函数 $f(x) = x \ln x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的极值点;

(2) 若直线 l 过点 $(0, -1)$, 并且与曲线 $y = f(x)$ 相切, 求直线 l 的方程;

(3) 设函数 $g(x) = f(x) - a(x - 1)$, 其中 $a \in \mathbf{R}$, 求函数 $g(x)$ 在区间 $[1, e]$ 上的最小值. (其中 e 为自然对数的底数)